



**А.Г. Тяпин**  
доктор технических наук

АО «Атомэнергoproject», Россия, г. Москва

УДК 624.042.7

## Линейно-спектральный расчет высотного здания на сейсмическое воздействие

**Аннотация:** Линейно-спектральный метод (ЛСМ) по своей природе является точным только для систем с одной степенью свободы. При переходе к более сложным системам (а реальные системы практически всегда более сложные) в ЛСМ используются правила двойного суммирования однокомпонентных реакций на однокомпонентные воздействия. Эти правила не являются математически точными, а имеют статистический смысл; они различаются в разных нормах. В сущности, эти правила основаны на опыте работы с сооружениями определенного типа. Вот почему автор считает необходимой проверку применимости ЛСМ (точнее, проверку применяемых в нем правил суммирования однокомпонентных реакций) для сооружений с теми или иными определенными особенностями. К

таким сооружениям относятся и высотные здания. Алгоритм подобной проверки – это сравнение результатов, полученных расчетом во времени на акселерограммы сейсмического воздействия, с результатами применения ЛСМ (при условии, что спектры воздействия для ЛСМ построены для тех же самых акселерограмм и при таком же демпфировании в осцилляторах, которое использовалось при расчете сооружения во времени). В данной работе в качестве сравниваемых результатов используются интегральные силы под подошвой фундамента. Основным результатом является выявленная угроза значительных погрешностей в усилиях при применении нормативных правил суммирования в ЛСМ, причем эти погрешности могут быть в неконсервативную сторону.

**Ключевые слова:** сейсмическая реакция, линейно-спектральный метод расчета, комбинированный асимптотический метод, высотное здание.

**Tyapin A.**  
Doctor of Technical Science, JSC "Atomenergoproject", Moscow

## Linear Spectral Seismic Analysis of High-rise Building

**Summary:** Linear Spectral Method (LSM) by origin is accurate only for single-degree-of-freedom systems. For more complicated systems (and real systems are always more complicated) LSM uses certain double summation rules to combine single-mode responses to one-component excitations. These rules are not precise, they are rather statistical; in different codes they are different. In fact, these rules are based on experience with structures of certain type. That is why the author thinks

special check is necessary when one deals with structures having certain peculiarities (like high-rise buildings). This is essentially a check for the applicability of the summation rules. Algorithm for such a check – to compare the results obtained in the time domain for excitation time-histories with LSM results provided input spectra for LSM are obtained from the same time-histories and damping in oscillators is equal to the structural damping. In the present paper seismic responses are

compared in the format of the integral response forces under the base mat. The main result is that conventional summation rules in LSM lead

to the considerable deviation in the results including underestimation of the response forces.

**Key words:** seismic response, linear spectral method of analysis, combined asymptotic method, high-rise building.

В статье [1] представлен большой объем результатов, относящихся к расчету сейсмической реакции высотного сооружения с учетом его взаимодействия с грунтовым основанием различной жесткости. В статье [2] дан общий анализ этих результатов с точки зрения влияния взаимодействия сооружения с основанием. В статье [3] разбираются еще несколько особенностей, которые отличают сейсмическую реакцию высотного сооружения от реакции типичных сооружений АЭС, которая традиционно рассчитывается с использованием комбинированного асимптотического метода (КАМ). Во всех перечисленных статьях расчеты проводились не линейно-спектральным методом, а в частотном диапазоне с построением реакций во времени при помощи быстрого преобразования Фурье. В настоящей статье рассматривается относительный вклад различных форм собственных колебаний в горизонтально-качательные интегральные усилия под подошвой фундамента – здесь тоже проявляется отличие высотного здания от объектов атомной энергетики. Цель – проверить применимость линейно-спектрального метода для расчета зданий рассматриваемого типа.

Читатель может спросить, зачем вообще нужна такая проверка: мы же не проверяем применимость таблицы умножения перед каждой новой задачей. Но автору уже неоднократно приходилось писать о том, что линейно-спектральный метод по своей природе является точным только для систем с одной степенью свободы. При переходе к более сложным системам (а реальные системы практически всегда более сложные) в линейно-спектральном методе используются правила двойного суммирования одно-

модальных реакций на однокомпонентные воздействия: сначала суммируются одномодальные реакции по разным формам на каждое однокомпонентное воздействие, затем суммируются получившиеся реакции на разные компоненты воздействия. Эти правила суммирования не являются математически точными, а имеют статистический смысл [4], они различаются в разных нормах. В сущности, эти правила основаны на опыте работы с сооружениями определенного типа. На практике эти правила почти не менялись на протяжении многих лет, в течение которых и архитектурные решения, и параметры сооружений существенно изменились. Вот почему автор считает необходимой проверку применимости линейно-спектрального метода (точнее, проверку применяемых в нем правил суммирования одномодальных реакций) для сооружений с теми или иными отличительными особенностями. К таким сооружениям, как показано в [1...3], относятся и высотные здания.

Алгоритм подобной проверки понятен – это сравнение результатов, полученных расчетом во времени на акселерограммы сейсмического воздействия, с результатами применения линейно-спектрального метода (при условии, что спектры воздействия построены для тех же самых акселерограмм и при том же самом демпфировании в осцилляторах, которое использовалось при расчете сооружения во времени). Применяемое во многих гражданских нормах упрощение форм спектров воздействия здесь не рассматривается – оно не имеет отношение к линейно-спектральному методу как к таковому. Не рассматривается пока и нелинейная работа сооружения – это отдельная тема. Что касается формата

**Таблица 1** — Основные формы в плоскости OXZ

Номер формы	Частота, Гц	$S_{j1}$	$S_{j5}$	$S_{j1} * S_{j1}, \tau$	$S_{j5} * S_{j5}, \tau \text{ м}^2$
2	0,11179	-347,11	-81096	1,2049E+05	6,5766E+09
4	0,48001	203,6	14211	4,1453E+04	2,0195E+08
7	0,9871	125,56	5198	1,5765E+04	2,7019E+07
11	1,6421	-92,603	-2508,5	8,5753E+03	6,2926E+06
15	2,4337	72,03	1349,8	5,1883E+03	1,8220E+06
17	2,8544	-32,018	-479,08	1,0252E+03	2,2952E+05
19	3,0887	-47,001	-762,18	2,2091E+03	5,8092E+05
23	3,7437	43,061	566,18	1,8542E+03	3,2056E+05
28	4,4907	-34,229	-618,64	1,1716E+03	3,8272E+05
			сумма	1,9773E+05	6,8152E+09
			плита	1,7600E+04	2,4171E+06
			в целом	2,2481E+05	6,9841E+09
			остаток	9,4786E+03	1,6652E+08
			доля остатка	0,04216354	0,02384287

сравниваемых результатов, то простейшим, на взгляд автора, таким форматом являются максимальные по времени и по модулю интегральные усилия под подошвой фундамента. Они в целом похожи на максимальные интегральные усилия на нижнем этаже – а это обычно самый нагруженный этаж.

Начнем с теории – воспроизведем формулу (1) для динамической инерции податливого сооружения на жестком фундаменте в частотном диапазоне из [3]:

$$M(\omega) = M_b + \sum_{j=1}^N \frac{\Omega_j^2 + 2i\Omega_j\omega\gamma_j}{\Omega_j^2 - \omega^2 + 2i\omega\Omega_j\gamma_j} S_j^T S_j. \quad (1)$$

Напомним, что в этой формуле  $M_b$  – матрица динамической инерции фундаментной плиты (в силу постулируемой жесткости фундаментной плиты это просто традиционная матрица инерции жесткого тела – действительная матрица размером  $6 \times 6$ ),  $N$  – полное количество собственных частот и форм сооружения на защемленном фундаменте,  $\Omega_j$  и  $\gamma_j$  – собственная частота и коэффициент модального демпфирования формы номер  $j$ ,  $S_j$  – строка из шести коэффициентов участия формы  $j$  (напомним, что все формы нормированы по массе). Кроме этого, в формуле (1) использована текущая частота  $\omega$  и мнимая единица  $i$ ; числитель и знаменатель дроби под знаком суммы являются комплексными числами.

Напомним также, что для определения интегральных усилий  $F(\omega)$  под подошвой в частотном диапазоне приведенную выше матрицу динамической инерции  $M(\omega)$  надо умножить на столбец  $A(\omega)$  из шести ускорений жесткого фундамента.

$$F(\omega) = M_b A(\omega) + \sum_{j=1}^N (S_j^T S_j) \left\{ \left[ \frac{\Omega_j^2 + 2i\Omega_j\omega\gamma_j}{\Omega_j^2 - \omega^2 + 2i\omega\Omega_j\gamma_j} \right] A(\omega) \right\}. \quad (2)$$

Переведем выражение (2) из частотного во временной диапазон. Матрицы  $M_b$  и  $(S_j^T S_j)$  – это просто действительные матрицы размером  $6 \times 6$ , не зависящие от текущей частоты. Они при переходе не изменятся. Так что первое слагаемое в правой части (2) перейдет в произведение матрицы  $M_b$  на столбец  $A(t)$ , состоящий из шести ускорений фундамента  $a_k(t)$ ,  $k=1, \dots, 6$  во времени по разным направлениям (трем поступательным и трем вращательным). Далее, в фигурных скобках в правой части (2) стоит произведение комплексного коэффициента в квадратных скобках (этот коэффициент один и тот же для всех шести значений  $k$ ) на столбец из шести ускорений в частотном диапазоне.

Покажем, что комплексный коэффициент в квадратных скобках – это не что иное, как передаточная функция от перемещения  $U_0$  платформы элементарного одномассового осциллятора к абсолютному перемещению  $U$  массы этого осциллятора. Действительно, всем известное уравнение движения одномассового осциллятора в относительных перемещениях и во времени записывается так:

$$\ddot{X}(t) + 2\gamma_j\Omega_j\dot{X}(t) + \Omega_j^2 X(t) = -\ddot{U}_0(t). \quad (3)$$

В частотном диапазоне это же уравнение запишется так:

$$-\omega^2 X(\omega) + 2\gamma_j\Omega_j i\omega X(\omega) + \Omega_j^2 X(\omega) = \omega^2 U_0(\omega). \quad (4)$$

Отсюда чисто алгебраически получаем

$$X(\omega) = \frac{\omega^2}{\Omega_j^2 - \omega^2 + 2i\gamma_j\Omega_j\omega} U_0(\omega). \quad (5)$$

Осталось перейти от относительного перемещения массы осциллятора  $X$  к абсолютному перемещению той же массы  $U$ :

$$\begin{aligned} U(\omega) &= U_0(\omega) + X(\omega) = \\ &= \left[ 1 + \frac{\omega^2}{\Omega_j^2 - \omega^2 + 2i\gamma_j\Omega_j\omega} \right] U_0(\omega) = \\ &= \frac{\Omega_j^2 + 2i\gamma_j\Omega_j\omega}{\Omega_j^2 - \omega^2 + 2i\gamma_j\Omega_j\omega} U_0(\omega). \end{aligned} \quad (6)$$

Мы видим, что коэффициент при  $U_0$  в правой части (6) полностью совпадает с коэффициентом в правой части (2). Далее, передаточная функция от перемещения воздействия к перемещению реакции всегда совпадает с передаточной функцией от ускорения воздействия к ускорению реакции. Таким образом, выражение в фигурных скобках в правой части (2) есть образ Фурье шести ускорений реакции одного и того же одномассового осциллятора с параметрами  $\Omega_j$ ,  $\gamma_j$  на шесть разных однокомпонентных воздействий с ускорениями  $a_k(t)$ . Обозначим столбец этих шести ускорений реакции через  $A_j(\Omega_j, \gamma_j, t)$ . Возвращаясь к (2), мы можем заключить, что интегральные усилия под подошвой фундамента во времени будут выглядеть так:

$$F(t) = M_b A(t) + \sum_{j=1}^N (S_j^T S_j) A_j(\Omega_j, \gamma_j, t). \quad (7)$$

Как отмечалось в [1], для такого податливого сооружения, как рассматриваемое высотное здание, число форм  $N$  очень велико, даже если ограничиваться только сейсмическим диапазоном частот (напомним, в расчетах [1] оно составило 7500 при верхней частоте 25,6 Гц). Однако более пристальное рассмотрение коэффициентов участия  $S_j$  показало, что существенный вклад в интегральные усилия вносит совсем небольшое число из этих форм (из формулы (7) следует, что при прочих равных вклад в усилия пропорционален квадратам коэффициентов участия, стоящих в строке  $S_j$ ). Так, в плоскости  $OXZ$  всего 9 собственных форм практически определяют сумму модальных масс. Это хорошо видно из таблицы 1, где приведены первый и пятый из шести коэффициентов участия для каждой формы.

Первые четыре столбца таблицы 1 содержат результаты модального анализа, выполненного в программе ABAQUS [5]; последние два столбца (это модальные массы по горизонтальному направлению  $X$  и качательному направлению  $YY$ ) вычислены по двум предыдущим. Мы видим, что доля остатка (т.е. всех форм, кроме девяти приведенных и фундаментной плиты, которая в формах не участвует), составила по массе 4,2% в поступательном горизонтальном направлении  $X$  и 2,4% в качательном направлении  $YY$ .

Отметим в таблице 1 важный факт, характерный почти для всех привычных нам сооружений: для первых пяти форм мы видим монотонное убывание, причем довольно быстрое, модальных масс (см. два последних столбца) с ростом собственных частот. В следующих формах убывание в целом сохраняется, хотя перестает быть монотонным. Если бы ускорения  $A_j$  в правой части (7) были примерно одного

**Таблица 2** — Расчет на заземленном фундаменте на исходное воздействие вдоль оси X. Максимальные «одномодальные» усилия под подошвой

Номер формы	Частота, Гц	$SA_0$ , м/с <sup>2</sup>	$SA_0 * S_{j1} * S_{j1}$ , кН	$SA_0 * S_{j1} * S_{j5}$ , кН м
2	0,11179	0,3757	4,5266E+04	1,0576E+07
4	0,48001	3,494	1,4484E+05	1,0109E+07
7	0,9871	7,401	1,1668E+05	4,8303E+06
11	1,6421	9,688	8,3078E+04	2,2505E+06
15	2,4337	9,807	5,0882E+04	9,5350E+05
17	2,8544	9,337	9,5718E+03	1,4322E+05
19	3,0887	9,438	2,0849E+04	3,3810E+05
23	3,7437	8,446	1,5661E+04	2,0592E+05
28	4,4907	9,321	1,0921E+04	1,9738E+05

**Таблица 3** — Сравнение результата суммирования одномодальных реакций в плоскости OXZ во времени и по максимумам с помощью правила ККСК

Метод расчета	Горизонтальная сила, кН	Качательный момент, кН м
Расчет в частотном диапазоне	2,7416E5	1,2202E7
Суммирование во времени	2,5343E5	1,2124E7
Суммирование по ККСК	2,3121E5	1,5611E7

**Таблица 4** — Основные формы в плоскости OYZ

Номер формы	Частота, Гц	$S_{j2}$	$S_{j4}$	$S_{j2} * S_{j2}$ , т	$S_{j4} * S_{j4}$ , т м <sup>2</sup>
1	0,10892	-345,11	81963	1,1910E+05	6,7179E+09
5	0,49912	-202,39	14742	4,0962E+04	2,1733E+08
8	1,101	-128,26	5599,7	1,6451E+04	3,1357E+07
13	1,9309	-95,238	2746,8	9,0703E+03	7,5449E+06
18	2,9515	75,546	1526,4	5,7072E+03	2,3299E+06
24	3,8092	56,808	927,57	3,2271E+03	8,6039E+05
35	4,806	35,438	576,15	1,2559E+03	3,3195E+05
107	5,7729	-27,035	145,05	7,3089E+02	2,1040E+04
113	5,9176	-21,85	217,33	4,7742E+02	4,7232E+04
			сумма	1,9698E+05	6,9778E+09
			плита	1,7600E+04	2,4171E+06
			в целом	2,2481E+05	6,9836E+09
			остаток	1,0224E+04	3,4302E+06
			доля остатка	0,045479031	0,00049118

порядка для всех форм, то мы бы наблюдали доминирующий вклад в усилия от первой формы, которая явно доминирует в таблице 1 по своей модальной массе.

Однако в нашем случае привычные соотношения нарушаются. Вклад выбранной формы  $j$  при выбранном направлении воздействия  $k$  в усилия согласно (7) может быть оценен через произведение  $k$ -го столбца матрицы ( $S_j^T S_j$ )

на максимальное по времени и по модулю ускорение  $A_{jk}$ . А это, в свою очередь, есть по определению спектральное ускорение для исходного ускорения воздействия  $a_k(t)$  по направлению  $k$ , взятое на соответствующей частоте  $\Omega_j$  и при соответствующем демпфировании  $\gamma_j$ .

Рассмотрим случай расчета на заземленном фундаменте на исходное воздействие и вычислим спектральные

**Таблица 5** — Расчет на защемленном фундаменте на исходное воздействие вдоль оси Y. Максимальные «одномодальные» усилия под подошвой

Номер формы	Частота, Гц	$SA_0$ , м/с <sup>2</sup>	$SA_0 * S_{j1} * S_{j1}$ , кН	$SA_0 * S_{j1} * S_{j5}$ , кН м
1	0,10892	0,1986	2,3653E+04	-5,6176E+06
5	0,49912	3,523	1,4431E+05	-1,0511E+07
8	1,101	7,692	1,2654E+05	-5,5245E+06
13	1,9309	9,644	8,7474E+04	-2,5229E+06
18	2,9515	9,346	5,3339E+04	1,0777E+06
24	3,8092	8,819	2,8460E+04	4,6470E+05
35	4,806	8,835	1,1095E+04	1,8039E+05
107	5,7729	8,125	5,9385E+03	-3,1862E+04
113	5,9176	7,968	3,8041E+03	-3,7837E+04

**Таблица 6** — Сравнение результата суммирования одномодальных реакций в плоскости OYZ во времени и по максимумам с помощью правила ККСК

Метод расчета	Горизонтальная сила, кН	Качательный момент, кН м
Расчет в частотном диапазоне	2,6878E5	1,1925E7
Суммирование во времени	2,4353E5	1,2431E7
Суммирование по ККСК	2,3505E5	1,3430E7

«одномодальные» усилия для тех же форм, перечисленных в таблице 1, как произведения спектральных ускорений на соответствующие компоненты матриц модальной инерции. Ограничимся однокомпонентным исходным воздействием в направлении X, зафиксировав  $k=1$ . В силу защемления фундамента его ускорения тоже будут однокомпонентными и совпадут с ускорениями исходного воздействия. Результаты сведем в таблицу 2. Первые два столбца – те же, что в таблице 1. В третьем столбце приведены спектральные ускорения  $SA$ , соответствующие частотам из второго столбца и демпфированию 7%. Индекс 0 обозначает, что эти ускорения относятся к исходному воздействию (поскольку фундамент принимается защемленным и воздействие подается на него с поверхности свободного основания без изменений). Максимальная горизонтальная «одномодальная» сила под подошвой приведена в предпоследнем столбце, максимальный «одномодальный» качательный момент под подошвой – в последнем столбце.

Мы видим, что максимальные одномодальные усилия по формам с ростом частоты меняются немонотонно. Скажем, по горизонтальной силе (см. предпоследний столбец) первая форма (с абсолютным номером 2), которая в таблице 1 доминировала по своей горизонтальной модальной массе, заняла только пятое место. Правда, она сохранила первое место в качательном моменте, но отрыв от второго места (ср. первую и вторую строки в последнем столбце таблицы 2) совсем небольшой. Это непривычный эффект. Он повышает роль правил суммирования в линейно-спектральном методе. Действительно, когда одно слагаемое явно доминирует, роль остальных не слишком велика, и видоизменение правил суммирования не приведет к очень заметным результатам; в нашем же случае появляются несколько близких по своему значению слагаемых.

В принципе, при расчете во времени одномодальные реакции суммировались бы в каждый момент времени по формуле (7), и результат был бы точным. Однако, как отмечалось выше, в спектральном методе вместо реакций во времени вычисляются сразу максимальные по времени и по модулю «одномодальные» реакции, приведенные в таблице 2. Однако эти максимальные «одномодальные» реакции достигаются в разные моменты времени, так что прямо суммировать их было бы некорректно. Для получения максимальной по времени и по модулю суммарной реакции по известным «одномодальным» максимумам они тоже некоторым образом суммируются, но применяемые при этом схемы суммирования могут быть весьма причудливыми и зависят от различных факторов. Первый из таких факторов – близость собственных частот. Глядя на второй столбец таблиц 1 и 2, мы отмечаем, что почти все приведенные там собственные частоты достаточно разнесены между собой. Исключением здесь является пара частот, соответствующих формам с абсолютными номерами 17 и 19: разница между этими частотами оказывается меньше 10%. Согласно правилам, в этом случае в отмеченной паре максимальные одномодальные усилия суммируются по модулю, а с остальными максимальными одномодальными усилиями они суммируются по правилу ККСК (корень квадратный из суммы квадратов). Это дает 2,17765E5 кН по горизонтальной силе и 1,5610E7 кН м по качательному моменту под подошвой. Напомним, что в таблице 1 [1] для расчета на защемленном фундаменте «точная» максимальная горизонтальная сила, рассчитанная во времени, равнялась 2,7400E5 кН, а «точный» максимальный качательный момент равнялся 1,2147E7 кН м. Мы видим, что по горизонтальной силе при суммировании одномодальных реакций по девяти формам получился «недобор» около

**Таблица 7** — Основные формы по вертикали

Номер формы	Частота, Гц	$S_{jз}$	$S_{jз} * S_{jз}, \tau$
10	1,587	395,11	1,5611E+05
21	3,2524	119,23	1,4216E+04
30	4,517	99,278	9,8561E+03
51	4,871	11,649	1,3570E+02
98	5,211	-37,422	1,4004E+03
99	5,2675	-41,388	1,7130E+03
105	5,6664	36,393	1,3245E+03
108	5,7955	-24,911	6,2056E+02
110	5,8198	24,16	5,8371E+02
		сумма	1,8596E+05
		плита	1,7600E+04
		в целом	2,2481E+05
		остаток	2,1244E+04
		доля остатка	0,0945

**Таблица 8** — Расчет на защемленном фундаменте на исходное воздействие вдоль оси Z. Максимальные «одномодалные» усилия под подошвой

Номер формы	Частота, Гц	$SA_0, \text{м/с}^2$	$SA_0 * S_{jз} * S_{jз}, \text{кН}$
10	1,587	5,512	8,6049E+05
21	3,2524	5,865	8,3376E+04
30	4,517	5,938	5,8526E+04
51	4,871	5,845	7,9316E+02
98	5,211	6,187	8,6643E+03
99	5,2675	6,235	1,0680E+04
105	5,6664	5,824	7,7136E+03
108	5,7955	5,569	3,4559E+03
110	5,8198	5,605	3,2717E+03

**Таблица 9** — Сравнение результата суммирования одномодалных реакций в вертикальном направлении во времени и по максимумам с помощью модифицированного правила ККСК

Метод расчета	Вертикальная сила, кН
Расчет в частотном диапазоне	8,4703E5
Суммирование во времени	8,4001E5
Суммирование по ККСК	8,6918E5

20%, а по качательному моменту – «перебор» около 25%. Добавив к этой сумме «одномодалных» реакций из таблицы 2 «жесткую» реакцию плиты (вычисляемую как произведение инерции плиты на максимальное ускорение воздействия 4,4136 м/с<sup>2</sup>) по правилу ККСК, мы получим максимальную силу 2,3121E5 кН и максимальный момент 1,5611E7 кН м. Это настораживает: «недолет» по силе составил 17%. Даже с уче-

том инженерной точности это много – хочется разобраться в природе такого неожиданно большого отклонения.

Начнем с того, что исключим еще одну потенциальную причину расхождений: в таблице 2 использовалась только компонента воздействия вдоль оси OX, тогда как в [1] расчет велся на трехкомпонентное воздействие. В принципе, для несимметричных сооружений добавление компонент воздействия может из-

менить реакцию, даже если эти компоненты «чужие». Сразу проясним роль этого фактора; для этого просто повторим расчет из [1] на трехкомпонентное воздействие, задав две остальные компоненты воздействия (по Y и по Z) чисто нулевыми. После такого пересчета максимальная горизонтальная сила оказалась равна 2,7416E5 кН, а максимальный качательный момент оказался равен 1,2202E7 кН·м. Таким образом, как и ожидалось, рассматриваемое сооружение оказалось достаточно симметричным, и «чужие» компоненты воздействия практически не повлияли на результат в вертикальной плоскости OXZ.

Далее проверим применимость правила ККСК к суммированию одномодальных усилий из таблицы 2. Для этого используем формулу (7), интегрированием во времени определим девять (согласно таблице 1) реакций одномассовых осцилляторов в каждый момент времени, умножим эти девять реакций на инерционные модальные коэффициенты из таблицы 1 и сложим их с учетом знаков. Только после этого определим максимальные по модулю и по времени усилия и сравним с приведенными выше результатами расчетов. Это сравнение показано в таблице 3.

Мы видим, что результаты суммирования во времени вклада девяти форм и жесткого фундамента, приведенные во второй строке, оказались значительно ближе к «эталонным» результатам, полученным в частотном диапазоне и приведенным в первой строке (напомним, при их вычислении учитывались 7500 форм), чем результаты ККСК, приведенные в третьей строке. По качательным моментам результаты суммирования во времени вообще совпали с эталонными результатами очень хорошо; по горизонтальным силам разница осталась, но она теперь находится в пределах 8%. Если учесть вклад остаточного члена (мы помним, что по массе он составил примерно 4%), разница еще более сократится. Таким образом, можно сделать вывод, что неудовлетворительные результаты применения ККСК связаны не с тем, что выделенные девять форм вместе с фундаментом недостаточны для описания рассматриваемой реакции, а с тем, что суммирование реакций по этим формам плохо описывается правилом ККСК. Особенно опасна недооценка горизонтальных усилий.

Проверим сделанные выводы, проведя аналогичные вычисления в плоскости OYZ. И горизонтальная компонента воздействия, и формы – здесь все другое. Таблица 4 аналогична таблице 1.

Таблица 5 аналогична таблице 2.

Мы видим, что низшая форма, доминирующая по своей модальной массе, из-за низкого спектрального ускорения воздействия на своей собственной частоте заняла только шестое место по своему вкладу в силу и второе место по своему вкладу в момент.

Таблица 6 аналогична таблице 3.

Мы видим, что эффект в целом сохранился, хотя и стал несколько меньше: по-прежнему правило ККСК занижает силы и завышает моменты по сравнению с эталонным расчетом. В плоскости OYZ и занижение силы, и завышение момента составили примерно 13% (против 17% занижения силы и 30% завышения момента в плоскости OXZ). Изменилась ситуация и с суммированием во времени реакций по выделенным формам: по горизонтальной силе улучшение результатов по сравнению с ККСК стало меньше, по качательному моменту немного лучше. Тем не менее, разница между результатом суммирования по времени и эталонным результатом вошла в пределы 10% даже по силе.

А что происходит с интегральной вертикальной силой? По коэффициентам участия выделим основные формы и для нее. Таблица 7 аналогична таблицам 1 и 4. Здесь доля остатка заметно выше, чем по горизонтали, но это привычное явление для всех, кто занимался модальным анализом сооружений. Обратим внимание, что только две первые частоты отделены от остальных более чем на 10%.

Таблица 8 аналогична таблицам 2 и 5.

Как видим, здесь воплотилась гипотетическая ситуация, упомянутая выше: все спектральные ускорения оказались одного порядка, поэтому относительный вклад форм определяется только модальными массами. В этих условиях низшая форма (с абсолютным номером 10) доминирует с большим отрывом.

Таблица 9 аналогична таблицам 3 и 6. Правило ККСК применено в модифицированном виде с учетом того, что частоты, начиная с третьей, расположены в пределах 10% друг от друга. Модифицированное суммирование реализовано просто: под квадратным корнем к сумме квадратов добавлены удвоенные произведения тех составляющих, частоты которых разнесены менее чем на 10%. Впрочем, большого дополнительного вклада в нашем случае это не дает, т.к. доминируют реакции по низшим формам, «развязанным» по своим частотам.

Как видим, по вертикали правило ККСК сработало прекрасно: консерватизм по сравнению с эталонным расчетом составил менее 3%. Автор объясняет это привычным соотношением вклада различных форм: низшая форма дает решающий вклад, остальные формы только немного его дополняют. Суммирование во времени дало еще более точный, но слегка неконсервативный результат, что можно объяснить неучетом остаточного члена.

**Перейдем к выводам.** При сравнении результатов линейно-спектрального расчета максимальных интегральных горизонтальных и качательных усилий под подошвой фундамента высотного здания с результатами расчета тех же усилий во времени обнаружено, что линейно-спектральный расчет с использованием правила ККСК для суммирования максимальных одномодальных реакций по избранным формам дает сравнительно большие погрешности, занижая горизонтальную силу и завышая качательный момент. В то же время модальный расчет по тем же избранным формам, использующий суммирование модальных реакций в каждый момент времени, дает результаты, гораздо более близкие к эталонным результатам, полученным расчетом в частотном диапазоне с учетом полного набора форм. Что касается вертикальной интегральной силы под подошвой, линейно-спектральный расчет по избранным формам дает вполне хорошие результаты.

Автор объясняет это тем, что для вертикальной силы есть низшая форма, которая доминирует по своей модальной массе и (в силу спектрального состава воздействия в вертикальном направлении, обеспечивающего примерное равенство спектральных ускорений на первых частотах) одновременно доминирует по своему вкладу в интегральную силу. В этих условиях правило суммирования с остальными модальными реакциями играет второстепенную роль. Что касается горизонтально-качательных форм, то там тоже низшая форма в каждой вертикальной главной плоскости доминирует по своей модальной массе. Однако в силу низких первых собственных частот спектральные ускорения воздействия на них очень небольшие, и в результате низшая

форма по своему вкладу в реакцию не доминирует. Суммируются вклады нескольких форм, близкие между собой, и

приближенный характер суммирования максимумов сказывается намного больше, увеличивая погрешность.

### Литература

1. Тяпин А.Г., Топорков А.С., Михайлов В.С. Применение комбинированного асимптотического метода для расчета высотного здания на сейсмическое воздействие: результаты // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2018. № 4. С.32-43.

2. Тяпин А.Г. Применение комбинированного асимптотического метода для расчета высотного здания на сейсмическое воздействие: роль взаимодействия с основанием // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2018. № 5. С.24-28.

3. Тяпин А.Г. Учет взаимодействия сооружений с основанием при расчетах на сейсмические воздействия. Руководство по расчетам. М.: Издательство АСВ. 2014. 136 с.

4. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary. ASCE/SEI 4-16. Reston, Virginia, USA. 2017

### References

1. Tyapin A.G., Toporkov A.S., Mikhailov V.S. Application of the Combined Asymptotic Method to seismic analysis of high-rise building; results // Earthquake engineering. Constructions safety. 2018. № 4. С.32-43.

2. Tyapin A.G. Application of the Combined Asymptotic Method to seismic analysis of high-rise building: role of SSI // Earthquake engineering. Constructions safety. 2018. № 5. С.24-28.

considering soil-structure interaction. Manual for analysis. Moscow: ASV. 2014. 136 p.

4. Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary. ASCE/SEI 4-16. Reston, Virginia, USA. 2017.

**Для цитирования:** Тяпин А.Г. Линейно-спектральный расчет высотного здания на сейсмическое воздействие // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2019. № 1. С. 20-27.

**For citation:** Tyapin A.G. Linear Spectral Seismic Analysis of High-rise Building // Seismostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzhenii [Earthquake engineering. Constructions safety], 2019, no. 1, pp. 20-27. (In Russian).

## Рецензия

на учебник для вузов «Железобетонные конструкции» в двух частях (авторы – Э.Н. Кодыш, Н.Н. Трекин, В.С. Федоров, И.А. Терехов)

Рецензируемый учебник для вузов «Железобетонные конструкции» состоит из двух частей. Первая часть учебника вышла в свет под названием – «Расчет конструкций»; вторая часть – «Проектирование зданий и сооружений». Книга подготовлена коллективом авторов из ЦНИИПромзданий, НИУ МГСУ и МИИТ. Она содержит 396 и 348 страниц текста (формат А5) для первой и второй частей соответственно, по 6 приложений для каждой части и список литературы из 28 и 29 наименований для первой и второй частей соответственно.

В первой части учебника авторы приводят основы теории расчета железобетонных конструкций, базирующиеся на методе расчета нормальных состояний по нелинейной деформационной модели, которая обеспечивает единый подход к расчету по прочности, трещиностойкости и деформациям независимо от формы и армирования сечений. Приводится характеристика современных материалов – бетона и арматуры, в том числе композитной. Методы расчета проиллюстрированы практическими примерами и даны вопросы для самопроверки.

Во второй части учебника авторы, основываясь на многолетнем опыте проектирования реальных объектов, а также преподавания дисциплины в вузе, подробно описывают общие положения расчета и конструирования железобетонных конструкций зданий различного назначения – жилых, общественных и промышленных, инженерных сооружений и тонкостенных пространственных конструкций. Авторы приводят практические примеры проектирования отдельных элементов и узлов их сопряжений. В учебнике также изложены основные принципы проектирования защиты зданий от прогрессирующего обрушения.

К положительному моменту настоящего издания следует отнести наличие в нем раздела «Исторический очерк создания железобетона и развития нормативной базы проектирования конструкций» который, безусловно, будет полезен обучающимся. Следует также отметить, что ранее в учебном процессе широко использовались учебники (см. учебники под редакцией В.Н. Байкова и В.М. Бондаренко), создаваемые на положениях СНиП 2.03.01-84 которые за истекший период серьезно корректировались. Рецензируемый учебник подготовлен на основе современных строительных норм и правил.

Оценивая представленный труд в целом, следует отметить, что авторам удалось создать учебник, в котором учтены последние достижения науки в области создания материала бетона, железобетона и работы железобетонных строительных конструкций в различных условиях эксплуатации зданий. Подготовлен нужный материал, который требуется в учебном процессе для студентов-бакалавров и студентов-магистрантов, обучающихся по направлению «Строительство». Рассматриваемое издание имеет гриф учебника для вузов по дисциплине «Железобетонные конструкции», выданного Российской академией архитектуры и строительных наук (РААСН). Рецензируемая книга может быть полезна работникам проектных и строительных организаций.

Заведующий кафедрой «Основания и фундаменты» Кубанского государственного аграрного университета имени И.Т. Трубилина, заслуженный строитель РФ, доктор технических наук, профессор А.И. Полищук

